

Recuperatorio del Primer Parcial

Apellido y Nombre: Carrera: Legajo:.....

1. Una persona en un planeador vuela en espiral hacia arriba debido a una corriente de aire de rápido ascenso con una trayectoria dada por el siguiente vector de posición:

$$\vec{r}(t) = (3 \cos t)\mathbf{i} + (3 \sin t)\mathbf{j} + t^2\mathbf{k}$$

- Calcular la rapidez del planeador para cualquier instante t . ¿Es constante su rapidez?
- Calcular los vectores de velocidad y aceleración.
- Determinar, si existen, los instantes donde la aceleración del planeador es ortogonal a su velocidad.

2. Determinar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando claramente la respuesta:

a) Sea $f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin\left(\frac{1}{x^2 + y^2}\right) & \text{si } x + y \neq 0 \\ 0 & \text{si } x + y = 0 \end{cases}$, es continua y diferenciable en $(0,0)$.

b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x^2y}{x^4 + y^2} = 0$

3. La función

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{|y|x}{\sqrt{4x^2 + y^2}} & \text{si } (x, y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0,0) \end{cases}$$

- ¿Es continua en $(0,0)$?
- ¿Es diferenciable en $(0,0)$? Justificar las respuestas.
- ¿Existe el plano tangente a esta función en el punto $(-1, 1)$? sí existe, hallarlo.

4. En un partido de futbol se patea la pelota con una velocidad de 15m/s formando un ángulo de 35° con la horizontal. Despreciando la resistencia del aire, calcular:

- La altura máxima alcanzada por la pelota.
- Cual fue el alcance total de la pelota.
- Tiempo total de vuelo.
- Suponiendo que a los 10 metros desde donde se pateo la pelota, un jugador de equipo contrario salta una altura de 3m para intentar de frenar el pase. ¿Lo logra?

