# TABLA DE TRANSFORMADA DE LAPLACE

| $f(t)$ | $F(s) = \mathcal{L}\{f\}(s)$ |
|---|---|
| $1$ | $\frac{1}{s}$ |
| $t$ | $\frac{1}{s^2}$ |
| $t^n$ | $\frac{n!}{s^{n+1}}, \quad n \in \mathbb{Z}^+$ |
| $t^{-1/2}$ | $\sqrt{\frac{\pi}{s}}$ |
| $t^{1/2}$ | $\frac{\sqrt{\pi}}{2s^{3/2}}$ |
| $t^\alpha$ | $\frac{\Gamma(\alpha+1)}{s^{\alpha+1}}, \quad \alpha > -1$ |
| $\operatorname{sen}(kt)$ | $\frac{k}{s^2+k^2}$ |
| $\cos(kt)$ | $\frac{s}{s^2+k^2}$ |
| $e^{at}$ | $\frac{1}{s-a}$ |
| $t\,e^{at}$ | $\frac{1}{(s-a)^2}$ |
| $t^n e^{at}$ | $\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}, \quad n \in \mathbb{Z}^+$ |
| $\operatorname{senh}(kt)$ | $\frac{k}{s^2-k^2}$ |
| $\cosh(kt)$ | $\frac{s}{s^2-k^2}$ |
| $e^{at} f(t)$ | $F(s-a)$ |
| $t^n f(t)$ | $(-1)^n F^{(n)}(s)$ |
| $f(t-a)\,u(t-a), \; a \geq 0$ | $e^{-as} F(s)$ |
| $g(t)\,u(t-a), \; a \geq 0$ | $e^{-as}\,\mathcal{L}\{g(t+a)\}(s)$ |
| $u(t-a)$ | $\frac{e^{-as}}{s}$ |
| $\delta(t-a)$ | $e^{-as}$ |
| $(f * g)(t)$ | $F(s)\,G(s)$ |
| $f'(t)$ | $s\,F(s) - f(0)$ |
| $f''(t)$ | $s^2 F(s) - s\,f(0) - f'(0)$ |
| $f^{(n)}(t)$ | $s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - \cdots - f^{(n-1)}(0)$ |

## Definición

$$\mathcal{L}\{f(t)\}(s) = \int_0^{+\infty} e^{-st}\,f(t)\,dt$$

## Propiedades clave

**1. Derivada en $t$ ⇒ Ec. algebráicas en $s$**

$\mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0)$

Derivar en el tiempo se convierte en multiplicar por "$s$". Por eso Laplace transforma EDOs en ecuaciones algebraicas.

**2. Polinomio en $t$ ⇒ Derivada en $s$**

$\mathcal{L}\{t^n f(t)\} = (-1)^n F^{(n)}(s)$

Multiplicar por $t^n$ en el tiempo equivale a derivar $n$ veces en "$s$" (con signo alternado).

**3. Exponencial en $t$ ⇒ Traslación en $s$**

$\mathcal{L}\{e^{at} f(t)\} = F(s-a)$

Multiplicar por $e^{at}$ en el tiempo desplaza la transformada "$a$" unidades en "$s$".

**4. Traslación en $t$ ⇒ Exponencial en $s$**

$\mathcal{L}\{f(t-a)\,u(t-a)\} = e^{-as} F(s)$

Retrasar la señal "$a$" unidades en el tiempo multiplica por $e^{-as}$ en "$s$".

**5. Convolución en $t$ ⇒ Producto en $s$**

$(f * g)(t) = \int_0^t f(\tau)\,g(t-\tau)\,d\tau$

$\mathcal{L}\{(f * g)(t)\} = F(s) \cdot G(s)$

Convolucionar dos señales en el tiempo equivale a multiplicar sus transformadas. Muy útil para calcular la respuesta de un sistema ante una entrada arbitraria.

**6. Delta de Dirac ⇒ Impulso Unitario**

$\mathcal{L}\{\delta(t-a)\} = e^{-as}$

El delta de Dirac $\delta(t-a)$ no es una función clásica sino una *distribución*: vale cero en todo $t \neq a$ y cumple $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-a)\,dt = 1$.

Por propiedad: $\int_0^{+\infty} e^{-st}\,\delta(t-a)\,dt = e^{-as}$.

Caso particular: $\mathcal{L}\{\delta(t)\} = 1$.